

Mécanique des solides

Contrôle Partiel du 7 Mars 2013 – Durée 1h

*L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdit.*

*NB : les vecteurs sont notés en gras*

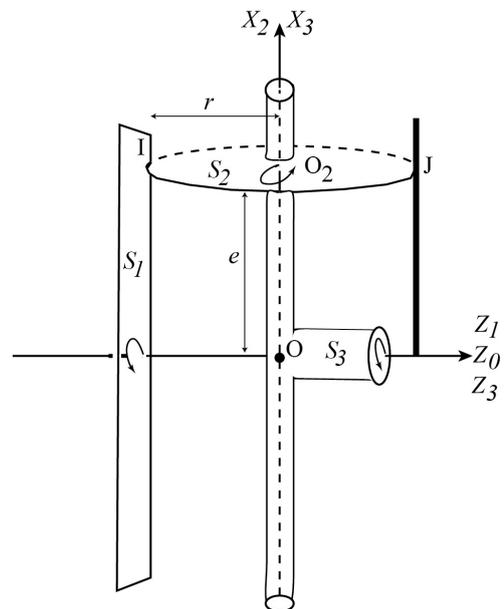
**A. Questions de Cours**

1. Déterminer l'expression du moment d'inertie d'un disque homogène par rapport à son axe de révolution.
2. Comment détermine-t-on le moment cinétique et l'énergie cinétique d'un solide ayant un point fixe  $O$  ? Dans le cas général, quels théorèmes utilise-t-on ? (Donner alors les formules).

**B. Problème : Etude d'un réducteur à friction**

Dans un référentiel  $R(O X_0 Y_0 Z_0)$  lié à un bâti fixe, on étudie un système constitué de trois solides  $S_1, S_2$  et  $S_3$  :

- $S_1$  lié au repère  $R_1(O X_1 Y_1 Z_1)$  en rotation autour de son axe  $(O, Z_1) = (O, Z_0)$ . Sa rotation par rapport à  $R$  est repérée par l'angle  $\phi$ .
- Un disque  $S_2$ , de rayon  $r$ , lié au repère  $R_2(O_2 X_2 Y_2 Z_2)$ , en rotation par rapport au solide  $S_3$ , autour de son axe  $(O_2, X_2)$  tel que  $(O_2, X_2) = (O, X_3)$  ; sa rotation par rapport à  $S_3$  est repérée par l'angle  $\theta$ . On note :  $e = O_2O$ , la distance repérant la position du plan du disque par rapport à l'axe  $(OZ_0)$ .
- $S_3$  lié au repère  $R_3(O X_3 Y_3 Z_3)$  en rotation autour de son axe de révolution  $(O, Z_3)$  tel que  $(O, Z_3) = (O, Z_0)$ . dont la position par rapport à  $R$  est repérée par l'angle  $\Psi$ .



Le solide  $S_2$  est en contact ponctuel sans glissement avec  $S_1$  en  $I$  et avec le bâti fixe en  $J$ .

1. Quelle est la nature du mouvement par rapport à  $R$ , du point matériel  $I_1$  de  $S_1$ , confondu avec le point géométrique  $I$  ? En déduire l'expression de sa vitesse  $\mathbf{v}_{(I_1 \in S_1/R)}$ .
2. Quel est le mouvement, par rapport à  $R$ , décrit par  $O_2$ , centre du disque  $S_2$  ? En déduire l'expression de sa vitesse  $\mathbf{v}_{(O_2 \in S_2/R)}$  par rapport à  $R$ .
3. Donner l'expression du vecteur vitesse de rotation angulaire  $\boldsymbol{\Omega}_{S_2/R}$  de  $S_2$  par rapport à  $R$  ?
4. Quel est le mouvement par rapport à  $R$ , du point matériel  $I_2$  de  $S_2$ , confondu avec le point géométrique  $I$  ? En déduire l'expression de sa vitesse  $\mathbf{v}_{(I_2 \in S_2/R)}$ .
5. Ecrire la condition de roulement sans glissement de  $S_2$  par rapport à  $S_1$  au point  $I$ . En déduire la relation suivante entre les vitesses angulaires :  $e(\dot{\phi} - \dot{\Psi}) = r\dot{\theta}$ .
6. Déterminer l'expression de la vitesse  $\mathbf{v}_{J_2 \in S_2/R}$  du point matériel  $J_2$  de  $S_2$ , confondu avec le point géométrique  $J$ . En utilisant la condition de roulement sans glissement de  $S_2$  par rapport au bâti fixe en  $J$ , déterminer une relation simple entre  $e, r, \dot{\Psi}$  et  $\dot{\theta}$ .
7. En utilisant les résultats des questions 5) et 6), déduire alors le rapport de réduction du système  $\rho = \frac{\dot{\Psi}}{\dot{\phi}}$